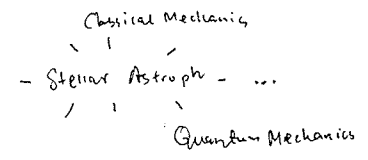


天文: 对于He的辐射为金属; 金属元素以原子比是金属程度, $x = 0.7546$ $y = 0.2485$
 ($z = 0.0169$ for 1570 表面) ($x+y+z=1$)

恒星在宇宙中的重要性

与核、原子、分子、量子物理、电磁、相对论、力学、流体力学有关



2. 电磁辐射的一些基本知识

电磁辐射 → 是最普遍的一种
 是电磁场的传播, 电磁波
 波长 $0.01 \text{ m} \sim 30 \text{ m}$, 频率 $c = \lambda \nu$
 3x10⁸ m/s
 是波动的传播, 电磁波
 电磁辐射 → 是波动的传播, 电磁波
 电磁辐射 → 是波动的传播, 电磁波

电磁辐射的干涉

描述相互作用过程 $6.63 \times 10^{-27} \text{ erg} \cdot \text{s}^{-1}$
 电磁辐射具有波动性 $\lambda = c/\nu$
 $E = h\nu = \frac{hc}{\lambda}$
 $p = \frac{E}{c} = \frac{h\nu}{c}$
 光子能量与动量
 光子能量与动量

射电 - 微波 0.1 cm ~ 100 cm

可见光 400 nm ~ 700 nm → 穿过大气, 地球大气对多数电磁波是不透明的

大气窗口

(atmospheric window)

opaque
 紫外, X射线, 天文一般都在真空
 $10 \sim 400 \text{ nm}$ $0.1 \sim 100 \text{ nm}$
 Gamma-ray 射线 (高能) 有少量窗口, eg. J.H.K band
 $< 0.1 \text{ nm}$ $100 \text{ nm} \sim 0.1 \text{ cm}$

3. 黑体辐射

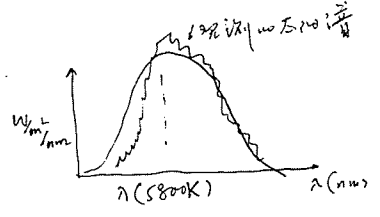
生活中最常见的辐射: 太阳的辐射, 热辐射, 红外线, 微波, 无线电波
 物体自身也会发出辐射, 是物体温度完全由一热力学温度决定: Max Planck 发现黑体

黑体辐射谱 $B_{\lambda}(T) = \frac{2hc^2}{\lambda^5} \frac{1}{e^{\frac{hc}{\lambda kT}} - 1}$ 描述, 是各向同性, 均匀, 单色性 $4.5 \times 10^{-16} \text{ cm}^{-2} \cdot \text{Hz}^{-1} \cdot \text{sr}^{-1}$

或 $B_{\nu} = -\frac{dU_{\nu}}{d\nu} = \frac{2hc^2}{\lambda^5} \frac{1}{e^{\frac{hc}{\lambda kT}} - 1}$

大部分电磁辐射与辐射可以由黑体谱表示

$c_1 = 2hc^2 = 1.191 \times 10^{-16} \text{ erg} \cdot \text{cm}^{-2} \cdot \text{s}^{-1}$
 $c_2 = hc/k = 1.439 \text{ cm} \cdot \text{K}$



* $B_{\nu} d\nu = -B_{\lambda} d\lambda$
 对于 B_{ν} 和 B_{λ} 的关系

可推导出近似公式

$\lambda T \ll c_2$: $B_{\lambda} = \frac{c_1}{\lambda^5} e^{-c_2/\lambda T}$ (瑞利-金斯公式)
 $\lambda T \gg c_2$: $B_{\lambda} = \frac{c_1}{c_2} \frac{T}{\lambda^4}$ (维恩近似公式)

可推 Stefan, Boltzmann 定律

$F = \int_0^{\infty} F_{\nu} d\nu = \sigma T^4$
 $5.67 \times 10^{-8} \text{ erg} \cdot \text{cm}^{-2} \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{K}^{-4}$

* $F_{\nu} = B_{\nu} \pi$
 辐射通量密度与辐射

黑体辐射随着温度快速增加, T 小时所有波段都增加 (但主要辐射在短波)
 辐射通量密度也有 $\propto T^4$ → 辐射流密度增加 (向下)

可推 Wien 位移定律

$\lambda_{max} = 0.29 \frac{\text{cm} \cdot \text{K}}{T}$ (最强辐射波长)

eg. 太阳温度增加
 5000 K 辐射 → 红色
 15000 K → 黄色, 白色, 蓝色

对太阳 $T \sim 6000 \text{ K}$, $\lambda_{max} \approx 0.5 \mu\text{m}$

可以解释, 恒星的颜色更蓝, 冷恒星更红 (T ↑, λ_{max} 向长波方向移动)

同一恒星不同波段辐射能量不同 (光谱) 的区域或物理过程

不同恒星总辐射谱也不一样

太阳 (4500 K 有效温度) 6000 K , $\lambda_{max} \sim 480 \text{ nm}$, $f \sim 6.2 \times 10^{12} \text{ Hz}$
 无线电波

红外线 6000 K , $4.8 \mu\text{m}$, $6.2 \times 10^{13} \text{ Hz}$

可见光 6000 K , 480 nm , $6.2 \times 10^{14} \text{ Hz}$

紫外线 6000 K , 48 nm , $6.2 \times 10^{15} \text{ Hz}$

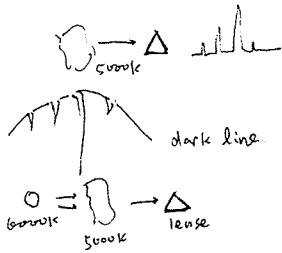
X射线 6000 K , 4.8 nm , $6.2 \times 10^{16} \text{ Hz}$

4. 恒星光谱的形成

Kirch 定律：一定波长的光下，物质吸收率等于同波长的辐射率；

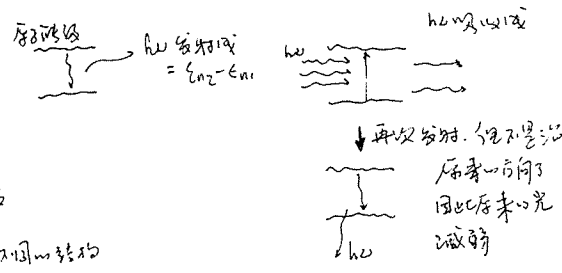
热平衡的固、液、气 → 连续谱

热、稀薄的气体 → 发射线
 连续谱通过冷、稀薄气体 → 吸收线



原子光谱和谱线形成

原子核 + 围绕原子核的电子云



恒星大气
 光谱反映了恒星大气成分和密度

不同元素 → 谱线具有不同的结构
 产生不同的特征谱线

eg H 原子 Lyman, Balmer, Paschen, Brackett, Pfund 线系

n_1	n_2	n_3	n_4	n_5
-3	656.3nm			
	H α			
-4	486.1			
	H β			
-5	434.1			
	H γ			
-6	410.2			
	H δ			

(此系外) (可见光观测) (红外)

恒星用来的
 高红移 → 星系

通过比较不同元素的谱与实验室中不同元素的谱，可以测定恒星大气化学成分
 90% H, 10% He 等等
 0.1% 金属

谱线的位移 Doppler 结构 (双星中由于波源发出的不同) 的现象，由视向运动产生；
 可以测定天体的视向速度

谱线展宽 Doppler 展宽 (由于射线的源层以不同速度运动，导致观测到的 Bulk 运动产生。或大量粒子的碰撞)

Continuum → peak ~ 温度

光谱的作用

- 谱线的吸收 ~ 化学组成、温度
- 线的强度 ~ 化学组成、温度
- 谱线的宽度 温度、谱线的宽度、速度、磁场的
- 多谱线结构的 视向速度

5. 恒星的能量、流量、有效温度和光度

光度 (亮度)：恒星单位时间内辐射出的总能量，是 star 固有量，与观测距离无关。

Luminosity, $L = 4\pi R_s^2 \sigma T_{eff}^4$ (对恒星表面一谱积分)
 半径 有效温度 T_{eff}

亮度 (brightness) $F = \frac{L_s}{4\pi R_x^2} = \sigma T_{eff}^4$ 恒星表面单位时间单位面积辐射。

太阳中心处，接收到的流量 $F = \sigma T_{eff}^4 \left(\frac{R_s}{r}\right)^2$ [不考虑其他因素]

另外，还与吸收物质的吸收、反射有关

视星等 (apparent magnitude)

- 在夜空中比 apparent 亮前 150 年左右，以恒星系统 (1 等 ~ 5 等) 肉眼可见 肉眼可见范围
- 天文学意义：星等差 5 等，亮度差 100 倍
 1 等 10^{0.4} ≈ 2.512 倍

通量, $\frac{f_1}{f_2} = 10^{-0.4(m_1 - m_2)}$

$m_1 - m_2 = -2.5 \log \frac{f_1}{f_2}$

$m = -2.5 \log \frac{f}{f_0}$

星等系统

天文学上，经常用 Vega 做参考 是绝对标准

Vega 在所有波段的星等均是 0 (m₀ vs m_{ref})

西角
 转换：

$m_{AB}(obj) = m_{Vega}(obj) + m_{AB}(Vega)$

$m_{AB} = -2.5 \log \frac{F_{obj} - S_{obj}}{S_{obj} - S_{ref}} - 48.6$

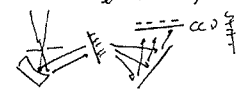
Hubble, Leck, $m_{lim} \approx 30$
 4m ~ $m_{lim} = 24$
 1m ~ $m_{lim} = 18$

全天所有 6000 颗 肉眼可见 star. 亮如恒星 Sun (-26.8) Full moon (-12.5) Sirius (-1.5) Polaris (2.5) Venus (3.4)

视觉光谱种类
 视觉光谱位于可见光波段内
 视觉光谱有红、橙、黄、绿、青、蓝、紫、紫外、红外等。
 UVB 紫外线 (ultraviolet, blue, visual)
 uoby 视觉光谱 (紫外)
 UVRI 紫外视觉光谱
 u.g.v.i.z. Sloan 视觉光谱

6. 恒星光谱分类

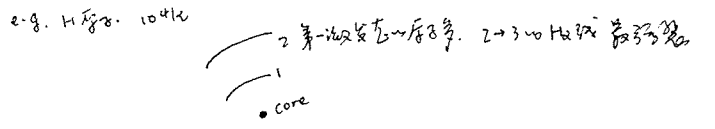
恒星光谱 (spectrum) { Continuum
 absorption line { 连续光谱
 emission line { 吸收光谱



Light → collimating mirror → grating → Camera → Detector
 信光

光谱类型: Continuum → 连续光谱
 absorption line → 吸收光谱 (super giant → 巨星)
 emission line → 发射光谱 (red → 红巨星)

光谱的作用: 恒星温度
 A 型星 → 10000K. H 吸收线 (H 吸收)
 O 型星 → > 20000K. He 吸收线 (He 吸收)
 因为谱线的产生与恒星温度 (决定原子的电离度)



所以, Balmer 吸收线对应温度 104K 最强, A 型星最强
 < 104K 时, 大量原子处于 n=1 态, H 吸收线减弱
 > 104K 时, 原子处于更高温级或电离 (e.g. O + He, T = 3 x 10^4 K), H 吸收线 (type B, T = 2 x 10^4 K)

所以, 谱线的强度反映温度

光谱分类: Harvard 分类法
 (1890-1910年)
 (Henrietta Swan Leavitt)

根据 Balmer 线的强弱, 分为 A-P 共 6 类
 后来, 调整为 O B A F G K M 七种光谱型 (spectral type)
 3100 4100 7000 4000
 太阳 G2
 某光谱型的子集 O-M
 恒星谱线特征

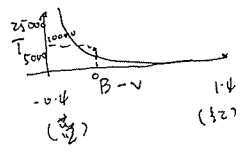
记住: Oh Be A Fine Guy (Girt, Kiss Me)

光谱型	T	谱线
O	3 x 10^4 K	He 电离 He
B	2 x 10^4 K	H 吸收 He, H 吸收
A	10^4 K	H 吸收
F		H 吸收, H 吸收
...		...

不同光谱型, T 不同, 谱线不同
 O ~ M
 恒星 近 12 亿

色指数: 不同波段的星等之差 U-B, B-V 等, 一般星光的色指数或光谱型

color index 色指数和光谱型之间的关系



[color index] 高
 恒星温度越高, 色指数
 [color index] 低 红

恒星的绝对星等 (absolute magnitude)

定义为恒星位于 10 pc 距离处的视星等

$$M = m - 5 \log_{10} \frac{D}{10 \text{ pc}}$$

$$m - M = 5 \log_{10} \frac{D}{10 \text{ pc}} \text{ 称为距离模数 (distance modulus)}$$

D = 10 pc, 模数 = 0

光度与距离的关系:

m (apparent) ↔ flux (流量)

M ↔ luminosity (光度)

距离模数 ↔ 距离

星际消光 (ISM) → IGM → MW → 观测星
 另外, 还有 extinction, 对谱线有影响
 另外, 还有大气消光, 也受影响

eg. LBV-1806-20 在尘埃云后, 可见光不亮, 红外很亮
 是极严重消光情况

See, eg. Allen's Astrophysical Quantities (4th edition)
 利用光谱型与恒星物理参数表

8. 氦原子的Saha方程和萨哈方程

氦原子的电离能 χ 中 χ 是电离能，自由电子动能
 电离方程： $n_0 \rightarrow n_1 + n_2$ 或 $n_0 \rightarrow n_1 + n_2$

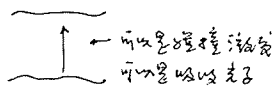
电离方程中， n_0 是氦原子数， n_1 是氦离子数， n_2 是自由电子数
 CI 中性原子
 CII. 一次电离离子
 CIV. 二次电离离子
 每种元素，每种离子都有特定的电离能
 每种离子，其电离能是它的电离能
 电离能，在计算不透明度时很重要

把动力学平衡方程下，统计平衡方程：
 氦原子内部统计平衡方程

Maxwell方程： $\frac{dn}{n} = 4\pi v^2 \left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{3/2} e^{-mv^2/2kT} dv$

波尔方程： $n_i = \frac{g_i}{g_0} n_0 e^{-E_i/kT}$ 是指电离能 E_i 与电离能 E_0 之差

当电离能 E_i 与 kT 相当时，电离方程与波尔方程一致
 波尔方程： $\frac{n_i}{n_j} = \frac{g_i}{g_j} e^{-\frac{E_i - E_j}{kT}}$ (对于氦原子， $E_i = E_j$)



$\frac{n_i}{n_{ion}} = \frac{g_i}{g_{ion}} e^{-E_i/kT}$

U_{ion} 是电离能 (状态和)
 n_{ion} 是总电离数

以氦原子为 ion. $Z_1 = 1.6 [1 - \frac{1}{n^2}]$, $g_1 = 2n^2$ (电子数 $g_2 = 2(2l+1)$)
 $r_0 = 0.029 \text{ \AA}$. Bohr 半径

电离能 E_i 与 kT 相当时，电离方程与波尔方程一致。因为 r_0 越来越小时，电子与核距离 r 越来越小。
 可电离能 E_i 与 kT 相当时 $n_{max} = \frac{1}{\sqrt{a}} N^{-1/6}$ (只考虑电离核，不考虑其他)
 电离能 E_i 与 kT 相当时 $U_{ion} = \sum_{n=1}^{n_{max}} g_n e^{-E_n/kT}$

电离能 E_i 与 kT 相当时，没有电离能 $U_{ion} = 1$

再以氦为 ion. $\frac{n_1}{n_2} = \frac{g_1}{g_2} e^{-\frac{E_1 - E_2}{kT}}$, 电离能 $E_1 = E_2$, $T = 6300 \text{ K}$

平均分子数
 在氦原子内部， T 与 n 成正比 $n \propto T^{3/2}$
 电离能 E_i 与 kT 相当时，电离方程与波尔方程一致

电离方程 $P = n_{ion} kT$

电离能 E_i 与 kT 相当时，电离能 E_i 与 kT 相当时

电离能 E_i 与 kT 相当时，电离能 E_i 与 kT 相当时
 $\mu = \frac{P}{n_{tot}} = \frac{\sum_{i=1}^n n_i}{n_{tot}}$ (电离能 E_i 与 kT 相当时)
 e.g. 电离能 E_i 与 kT 相当时，电离能 E_i 与 kT 相当时

电离能 E_i 与 kT 相当时，电离能 E_i 与 kT 相当时
 电离能 E_i 与 kT 相当时，电离能 E_i 与 kT 相当时

电离能 E_i 与 kT 相当时，电离能 E_i 与 kT 相当时
 电离能 E_i 与 kT 相当时，电离能 E_i 与 kT 相当时

$\frac{dn_{i+1,0}}{n_{i,0}} = \frac{dg_i}{g_i} e^{-\frac{E_{i+1} - E_i}{kT}}$

$g_i(P_e) = g_{i+1,0} \left[\frac{2 \Delta^3 P_e}{h^3} \right]$

电离能 E_i 与 kT 相当时，电离能 E_i 与 kT 相当时
 电离能 E_i 与 kT 相当时，电离能 E_i 与 kT 相当时

Saha 方程

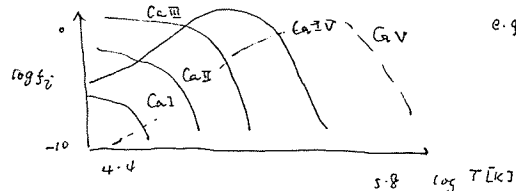
$\frac{n_{i+1,0}}{n_{i,0}} = \frac{1}{n_e} \frac{g_{i+1,0}}{g_{i,0}} \left(\frac{2\pi m_e kT}{h^2} \right)^{3/2} e^{-\frac{E_{i+1} - E_i}{kT}}$

电离能 E_i 与 kT 相当时，电离能 E_i 与 kT 相当时
 电离能 E_i 与 kT 相当时，电离能 E_i 与 kT 相当时

电离能 E_i 与 kT 相当时，电离能 E_i 与 kT 相当时

$f_i = \frac{n_i}{n_1 + n_2 + \dots}$

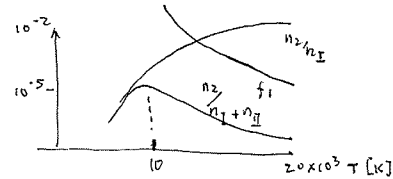
电离能 E_i 与 kT 相当时，电离能 E_i 与 kT 相当时
 电离能 E_i 与 kT 相当时，电离能 E_i 与 kT 相当时



e.g. 用 Saha 方程计算 Ca 的电离度

电离能 E_i 与 kT 相当时，电离能 E_i 与 kT 相当时

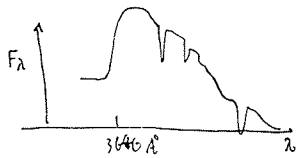
电离能 E_i 与 kT 相当时，电离能 E_i 与 kT 相当时



类似 Fe I 线在冷恒星中比较强，Fe II 线在热恒星中比较强
 电离能 E_i 与 kT 相当时，电离能 E_i 与 kT 相当时
 电离能 E_i 与 kT 相当时，电离能 E_i 与 kT 相当时

Balmer Jump (光的电离所致)

$n=2$ 跃迁, H 吸收谱线的跃迁 $E=3.4eV$. 因此, 波长比此波长短 ($\lambda < 3646 \text{ \AA}$) 光子足以产生 e^-



Ch2. 恒星形成

大质量恒星演化 { 极早期, T, P 都很低
 $T \downarrow$, ρ 为主 \rightarrow baryon 为主
 气团冷却能力有限, 形成恒星, 星系

恒星形成过程

大质量 star 形成: 是极早期的结果
 宇宙早期的 star 形成

e.g. SN 1987A 是超新星爆发形成, 中心尚未发现中子星 (2010)

恒星形成过程的关键因素 gravity (天体引力的动力学过程)

透明 clouds 不易形成恒星

1. 简介

$T \sim 20K, n \sim 10^6 m^{-3}, 10^6 M_{\odot}, 50pc$

巨分子云 Dark (尘埃), cold, dense clouds. 团块内波粒可观察到大量的恒星
 光学波段有遮挡

星之诞生, 引力比一平衡比为重, 一平衡时出去
 引力束缚是增加。

Crystalline molecular clouds cores
 $T \sim 10 \sim 20K, n \sim 10^{12} \sim 10^{15} m^{-3}, M = 10 \sim 10^3 M_{\odot}$
 $R < 1pc, a_v \sim 50 \sim 100 \mu m$

只有稠密的物质 $> 0.01 M_{\odot}$, 才能形成恒星 (中心温度达到 H 聚变条件)

恒星内部的 G 和 P 达到平衡, 以维持稳定, 达到恒星平衡, 以此平衡出引力坍缩与质量损失 (金斯条件)

星系中, 恒星形成, 是解有大量的恒星形成和恒星死亡 (红色)

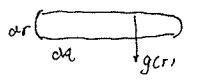
2. 流体力学平衡

恒星内部, 压力与引力平衡; 某处压力与上面质量决定

在平衡时, P, ρ, T 与 r 有关。

$$P(r) dA - [P(r) + dP] dA - P(r) dA + dP g(r) = 0$$

(物体平衡)



$$\Rightarrow \frac{dP(r)}{dr} = -\rho(r) g(r)$$

r, P, ρ 是变量

恒星平衡, $g(r) = \frac{G M(r)}{r^2} \rightarrow r$ 内的 Mass

上面与下面之间的平衡与重力
 e.g. $P(r) = P(0) e^{-\frac{\mu m_H g r}{kT}}$
 下面

恒星平衡时, $P(r) = \frac{\mu m_H P(r)}{kT}$, 若 T 不变 (表面无光)
 ρ 不变

$$\Rightarrow \frac{dP}{P} = -\frac{\mu m_H g}{kT} dr$$

$$\Rightarrow P(r) = P(0) e^{-\frac{\mu m_H g r}{kT}}$$

$H = \frac{kT}{\mu m_H g}$ 称为标高

$$P(r) = P(0) e^{-\frac{r}{H}}$$

$$\rho(r) = \rho(0) e^{-\frac{r}{H}}$$

恒星时, T 也与 r 有关

3. 恒星内部
 星内部的压力与重力平衡。在平衡态下，恒星内部的压力与重力平衡。
 恒星内部的压力与重力平衡。在平衡态下，恒星内部的压力与重力平衡。

平衡态下可以写为
$$dP = -\frac{GM}{r^2} dm \quad (V = \frac{4}{3}\pi r^3, dm = 4\pi r^2 \rho(r) dr)$$

积分得
$$\int_{P_{center}}^{P=0} dP = -\int_{R_{center}}^0 \frac{GM}{r^2} dm$$
，再设 $\Omega = \int_0^M \frac{GM}{r} dm$

于是 $\int_0^M \rho dv = -\Omega$

根据热力学定律，星内部的压力 $P = \frac{2}{3} \epsilon$ ，其中 $\epsilon = \frac{N}{V} \frac{3}{2} kT$ 。对恒星而言 $P = \frac{2}{3} \epsilon$ 。
 恒星内部的压力 $u = \int_0^M \epsilon dv$ ，这表示

引力势能
$$u = -\frac{\Omega}{2} \quad \text{或} \quad 2u + \Omega = 0 \quad [\text{维里定理}]$$

恒星内部的压力， Ω 与 u 也增加（引力势能一半用于加热气体，另一半辐射出去）。

恒星内部的压力与重力平衡。在平衡态下，恒星内部的压力与重力平衡。

恒星内部的压力与重力平衡

$$\Omega = -\int_0^M \frac{GM}{r} dm \quad [\text{引力势能}]$$

设 $\bar{\rho}(r) = \frac{M(r)}{\frac{4}{3}\pi r^3} = \rho$ 星内部。于是 $\Omega = -G \left[\frac{4}{3}\pi \rho \right]^{1/3} \frac{M^{5/3}}{5} = -\frac{3}{5} \frac{GM^2}{R^*}$

恒星内部的压力与重力平衡

$$dP = -\frac{GM}{4\pi r^2} dm$$

积分得 $\int_0^M dP = -\int_0^M \frac{GM}{4\pi r^2} dm \approx \frac{GM^2}{4\pi R^*} \quad \left(\frac{M}{R^*} \approx \frac{M^*}{R^*} \right)$

实际上并不比这大

恒星内部的压力与重力平衡

$$\int_0^M \frac{GM}{r} dm > \int_0^M \frac{GM}{R^*} dm = \frac{GM^2}{2R^*}$$

$$dP = \rho dv \quad \text{恒星内部的压力}$$

$$-\Omega = 3 \int_0^M \rho dv = 3 \int_0^M \frac{GM}{r} dm$$

若恒星内部的压力 $P = nkT = \frac{\rho}{m} kT$ ，则有 $\int_0^M \frac{GM}{r} dm > \frac{GM^2 m}{6kR^*}$ (星温度)

恒星内部的压力
$$M_{\text{J}} T = \int_0^M \frac{GM}{r} dm$$

$$T > \frac{GMm}{6kR^*}$$

e.g. 对太阳， $T > 4 \times 10^6 \frac{m}{m_H} K \approx 2 \times 10^6 K$ (若 $m = \frac{1}{2} m_H$ ，H 完全电离)

4. 詹姆斯·克拉克·麦克斯韦

James Hopwood Jeans [英]

如星 $\Omega = 2u$ ，则平衡态，恒星 $\Omega = 2u$ ，所以恒星是平衡态。

$$\Omega \approx -\frac{3}{5} \frac{GM^2}{R}$$

$$u = \frac{3}{2} NkT$$

所以恒星的质量，和 $\frac{4}{3}\pi R^3 \rho = M$ ，有

$$M > \left(\frac{5kT}{\mu m_H G} \right)^{3/2} \left(\frac{3}{4\pi \rho} \right)^{1/2} = M_J$$

恒星内部的压力与重力平衡

(恒星内部的压力与重力平衡)

恒星内部的压力与重力平衡
$$\rho > \rho_J = \left(\frac{5kT}{\mu m_H G} \right) \left(\frac{3}{4\pi M^2} \right)$$

Scale: $R > R_J = \left(\frac{15kT}{4\pi \rho \mu m_H G} \right)^{1/2}$

例子: 分子 $M = 10^3 m_0$, $T = 10K$, $\rho = 10^{-17} \text{g cm}^{-3}$ (分子)

$$\rho = 3 \times 10^{-17} \text{g cm}^{-3}$$

$$M_J > 20 M_0$$

因此可以研究

5. 自由下落时间

自由下落时间与引力半径有关 (引力半径是物体在逃逸速度下的半径)

先考虑引力作用, 从 $r \rightarrow r=0$ 引力势 $\propto \frac{1}{r}$

$$K = \frac{1}{2} m \left(\frac{dr}{dt} \right)^2 = \frac{GMm}{r} = \frac{GMm}{R}$$

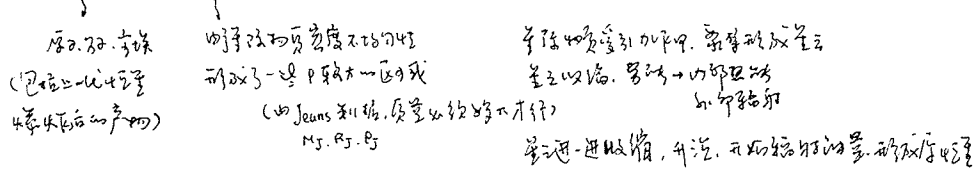
积分得 $t_H = \left(\frac{3\pi}{32G\rho} \right)^{1/2}$ [free fall 时标]

事实上, 自由下落可以不停 (即使不停, $r=0$ 时也不再用经典物理描述)

2018/0930 国庆调休

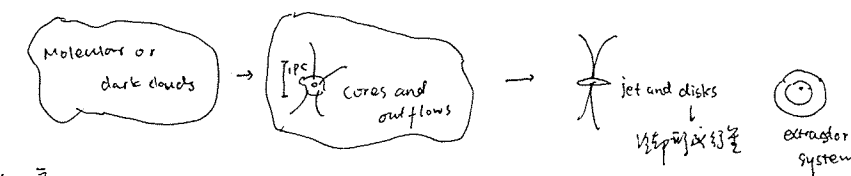
6. 恒星形成的主要过程

恒星形成过程涉及物质在引力作用下坍缩为恒星



- 规模以恒星 \rightarrow 原恒星云
- 大质量云 \rightarrow 不均匀, 有几个恒星中心, 形成双星, 聚星, 星团
- 原恒星云中恒星 - 不规则形成恒星

银河系内恒星形成速率随时间变化, 坍缩的星 \rightarrow 原恒星 \rightarrow 主序星



e.g. 恒星云中恒星云

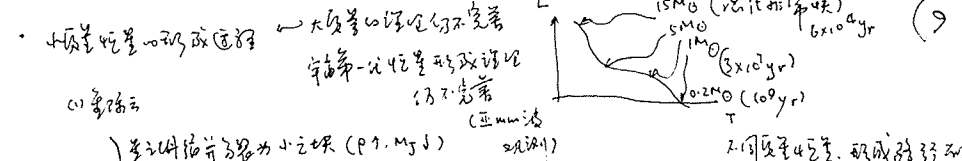
$$M < 100 M_{\odot}, T = 50K, n = 5 \times 10^8 m^{-3}$$

$$\Rightarrow M_J = 860 M_{\odot} \gg M, \text{ 不规则形成恒星}$$

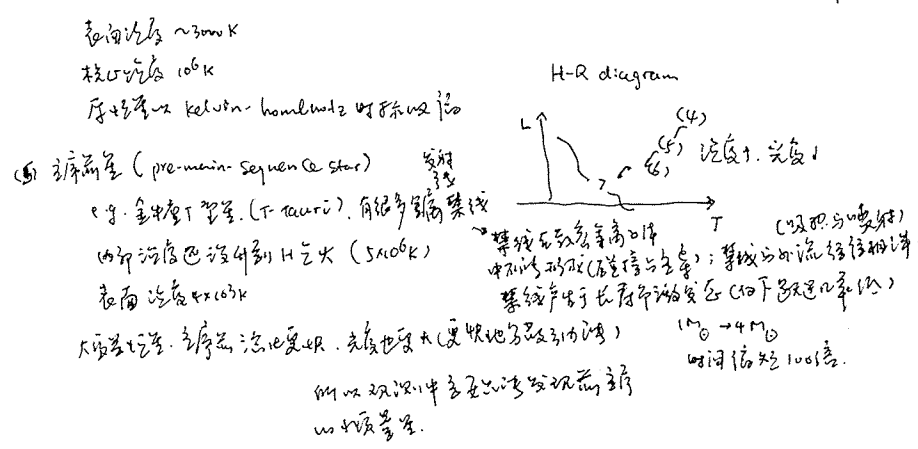
分子云核 (molecular cloud core)

$$10 < M / M_{\odot} < 10^3, T = 150K, n = 5 \times 10^{14} m^{-3}$$

$$\Rightarrow M_J \approx 4.5 M_{\odot}, \text{ 容易形成恒星}$$



- (a) 原恒星 (protostar)
 - 辐射光度 $\sim 3000K$
 - 核心温度 10^6K
 - 原恒星以 kelvin-helmholtz 时标收缩
- (b) 原恒星 (pre-main sequence star)
 - 例如金牛T型星 (T Tauri), 有很多高速度风
 - 内部温度也达到 H 之火 (5×10^6K)
 - 表面温度 $4000K$
 - 恒星形成于长寿命的星云 ($10^6 \rightarrow 4 M_{\odot}$ 时间偏短 100 倍)
- (c) 恒星 (main sequence star)
 - 恒星形成于长寿命的星云 ($10^6 \rightarrow 4 M_{\odot}$ 时间偏短 100 倍)
 - 所以观测中主序恒星数量最多



e.g. Herbig Ae/Be (George Herbig 1920)

质量 $2 \sim 10 M_{\odot}$, 温度 $8000 \sim 20000K$.

易与 Herbig Ae/B 型星混淆, 差别在于光谱中有发射线 (有很多氢同位素, 包括氘, 氦等)

有些 Herbig Ae/B 还会出现随时间变化的脉动。

- (d) 零龄主序 (zero-age main sequence star)
 - 恒星以核心刚开始聚变, 光度约为 L_{\odot} $T_{eff} \approx 4500K$
- (e) 主序星
 - 恒星以核心开始聚变, 运动流力学平衡 $T_{eff} \approx 6000K$

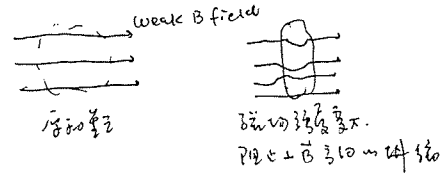
• 星系的形成也因素 (通用等星引力)

恒星在双极轴 (恒星在太阳等星之轴)

恒星之源的力

星之旋转的力 (Rotation/spin) → 了更大的形成围绕恒星
盘, 是之物质可形成双星.

原始星之云



• 星之坍缩的角动量机制

(1) 波浪理论

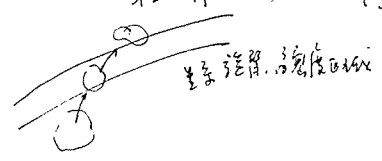
中性的恒星云, 恒星轴, 或银河系恒星云, 在运动过程中产生波浪.

波浪云, 恒星云, 坍缩, 形成 star 形成

可被星云运动, 形成多星系统

e.g. 星之云中波浪理论的过程

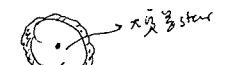
(2) 星之碰撞



有许多未知之谜, 因为恒星在大量尘埃遮蔽下, 所以难以观测.

恒星在星云的坍缩中 die
恒星碰撞可产生双星

Spitzer 红外天文台 W5 star formation Region
NASA/JPL-Caltech/L. Allen & K. Koehn (CFA)



恒星云
恒星云边缘形成一批
恒星, 质量不一, 形
成时间不一

Spitzer
NGC2264 星团

星团中有 10 颗恒星 (10-15), 它们可以形成
双星, 表明新恒星在恒星云的坍缩中形成

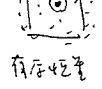
17. 恒星形成之观测证据

visible 21cm
"Star-less Core L1014"



有尘埃遮挡
使用红外天文台
才可

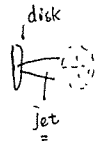
Spitzer 红外天文台



有恒星

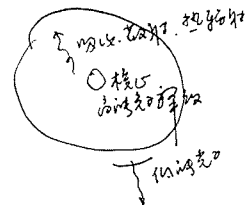
恒星云中有很多恒星, 周围有尘埃

恒星在运动过程中有恒星, 星云, 喷流;
恒星碰撞与喷流作用产生 Herbig-Haro 天体



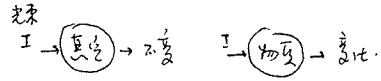
Ch3. 恒星内部辐射转移

恒星内部 \$k\$ (辐射能量与吸收系数) 取决于恒星内部物理性质以及辐射的传递, 并且恒星内部有吸收作用。



所以, 内部辐射转移过程是恒星物质最普遍的过程, 且大幅度地改变了辐射光谱。

1. 辐射不透明程度 (Opacity)



吸收与发射过程使辐射力不透明

由发射和吸收(自由电子)相互作用
细节决定: 吸收+发射 \$\rightarrow\$ 连续谱和某些吸收谱
吸收+发射 \$\rightarrow\$ 连续谱

连续谱 \$\rightarrow\$ 连续谱
吸收谱 \$\rightarrow\$ 吸收谱

光子被吸收, 束流中传播, 原子吸收并最终以重新发射的辐射或热池中。

被自由电子散射到各个方向, 并带出一个同频率光子, 称为共振散射 (共振吸收) (也可以说, 发出几个不同频率光子)

恒星中, 原子核也可以吸收光子, 发出光子。
使恒星在比列的辐射星。

光子吸收、不透明程度及光谱:

吸收系数 \$\kappa\$ 对光子吸收或散射吸收



$$dI_\lambda = -\kappa_\lambda \rho^2 \lambda ds$$

\uparrow 吸收系数 [cm²/g]
 \uparrow 密度
 \uparrow 厚度

$$\Rightarrow I_\lambda = I_{\lambda_0} e^{-\kappa_\lambda \rho s} = I_{\lambda_0} e^{-\int_0^s \kappa_\lambda \rho ds}$$

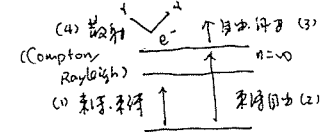
特征即为 1/H. I_λ 与厚度 \$\sim 1/e\$. 标长 $L = \frac{1}{\kappa_\lambda \rho}$

对于太阳, $\kappa_{5000\text{\AA}} \approx 0.264 \text{ cm}^2/\text{g}$. 光子标长为 $L \approx 1.52 \times 10^7 \text{ cm} \approx 152 \text{ km}$
 $\rho \approx 2.5 \times 10^{-7}$

引光透射 $d\tau_\lambda = -\kappa_\lambda \rho ds$, $\tau_{\lambda_0} - \tau_\lambda = -\int_0^s \kappa_\lambda \rho ds$, 表面 $\tau_{\lambda_0} = 0$ 所以 $\tau_\lambda = \int_0^s \kappa_\lambda \rho ds$

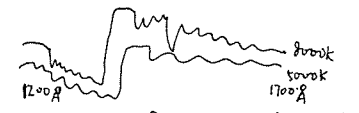
所以 $I_\lambda = I_{\lambda_0} e^{-\tau_\lambda}$ $\left\{ \begin{array}{l} \tau_\lambda \gg 1 \text{ 光厚} \\ \tau_\lambda \ll 1 \text{ 光薄} \end{array} \right.$ $\tau_\lambda = 1$ 时, 表明光子走过的距离为 $1/e$.
 光子可以认为是恒星内部到表面的平均自由程。

4个光子不透明程度由来源

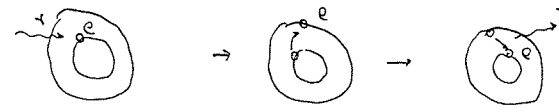


κ_λ as function λ 即可在不同温度下被计算出来

e.g. Balmer Jump



(1) 束缚-束缚跃迁 \$\Rightarrow\$ 吸收谱线形成 e.g. Lyman, Balmer, Paschen, Fe线. 光子均有吸收吸收线



理论可以计算 bound-bound 截面

(2) 束缚-自由跃迁 \$\Rightarrow\$ 产生连续谱不透明程度 κ_{bf} (连续谱)

光子具有足够高能量即可发生
 $\lambda \leq h c / \epsilon_n \sim n^2 \text{ 光子电离能}$

$$\sigma_{bf} \approx 1.31 \times 10^{-19} \frac{1}{n^5} \left(\frac{\lambda}{500 \text{ nm}} \right)^3 \text{ m}^2 \quad [\text{氢原子, } \epsilon_n \text{ 为 } n \text{ 级截面}]$$

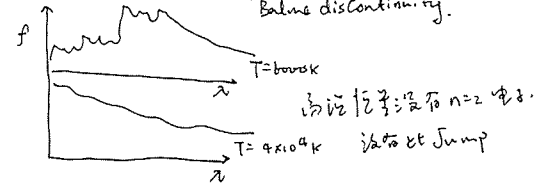
$$a_{bf} \approx \frac{64\pi^4 m_e^2 c^4 g}{3\sqrt{5} c h^6 n^5 \nu^3} \quad [\text{吸收系数}]$$

$$h\nu > \chi_n = \frac{2\pi^2 m_e c^4 Z}{h^2 n^2} \quad [\text{吸收系数/吸收截面}]$$

光子电离都有吸收连续谱, 如 Balmer 吸收及 Lyman 吸收 $\rightarrow E=3.6 \text{ eV}$
 $\lambda \approx 91.2 \text{ nm}$

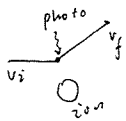
$n=2, E \approx -\frac{13.6}{2^2} = -3.4 \text{ eV}$
 $\lambda \approx \frac{hc}{E} = 364.7 \text{ nm}$
 对于比 λ 的光 κ 急剧增加, 光子数量急剧减少。

即为 Balmer Jump, Balmer discontinuity.



高温恒星没有 $n=2$ 电子, 故比 Jump

(3) 因为因为吸收



高能(接近)电子可以吸收光子, 导致速度增加
(能量守恒, 动量守恒)
电子速度不能吸收光子.

(4) 散射

可知散射电子波长的分布

↑ Thomson Scattering

↑ Rayleigh Scattering

电子波长的分布与光的电磁辐射

所以, 只有高能时(电子速度高, 完全电离), 电子散射有显著变化 $\sigma_{es} = \frac{\sigma_T}{\beta}$

即在恒星内部和最近恒星系内

光散射截面

散射电子数 n_e 散射截面 σ_{es} 散射截面 σ_{es}

$\lambda <$ 原子尺度, Compton Scattering (X-ray, Gamma), σ_C 可忽略.
 $\lambda >$ 原子尺度, Rayleigh Scattering, $\sigma \propto \lambda^{-4}$, α 可忽略.

$6.65 \times 10^{-25} \text{ cm}^2$ Thomson 截面

产生几个, 在恒星大气中重要

在冷星中, 电子是不透明度的重要来源; 可以被高能产生光子散射一束光子束有一自由电子.

吸收光子产生光子散射光子, 散射截面是一个吸收截面.

(5) 恒星大气不透明度的其他来源

H γ 高能光子吸收 0.754 eV (电子被激发到 n=4 到 n=3 跃迁, 形成氢 Balmer 吸收)

在恒星大气中不透明度的重要来源

$\lambda \approx \frac{hc}{E} \approx 16400 \text{ \AA}$ 吸收光子被吸收, 在恒星大气起重要作用

恒星大气不透明度的其他来源

$$K_0 = \underbrace{k_2(\text{bb}) + k_2(\text{bf}) + k_2(\text{ff}) + k_2(\text{es}) + k_2(\text{H})}_{\text{与频率有关}} + \underbrace{k_2(\text{H})}_{\text{与元素有关}}$$

在恒星大气中, 一个重要的不透明度的来源 (P.T. 吸收), 称为吸收系不透明度

$$\frac{1}{k} \equiv \frac{\int_0^\infty k_2 \frac{\rho}{\rho_0} \frac{d\tau}{\tau} d\lambda}{\int_0^\infty \frac{d\tau}{\tau} d\lambda}$$

类似对吸收系不透明度的其他来源, 吸收系不透明度, Rosseland 也是.

当天不透明时, 辐射传热效率会降低, 气团越大, 辐射传热效率通过对流传输.

现在, K (P.T. 吸收系数) 已经有详细的表可查

$$\log R = \log \frac{\rho}{\rho_0} = -3 \text{ 是恒星内部内部}$$

这样, 可以查 K (P.T. 吸收系数)

在恒星大气中, 吸收截面 (电子, 光子, 原子, 分子)

$$k_{es} = 4.34 \times 10^{25} \frac{g}{T} Z(1+X) \frac{\rho}{\rho_0} \text{ cm}^2/\text{kg}$$

$$k_{ff} = 3.68 \times 10^{22} g_{ff} (1-Z)(1+X) \frac{\rho}{\rho_0} \text{ cm}^2/\text{kg}$$

$k_{es} = 0.2 (1+X) \text{ cm}^2/\text{kg}$ 是用维里定理

$$k_{H} \approx 7.9 \times 10^{-23} Z_{0.02} \rho^{1/2} T^9 \text{ cm}^2/\text{kg} \quad (300 \text{ K} < T < 6000 \text{ K})$$

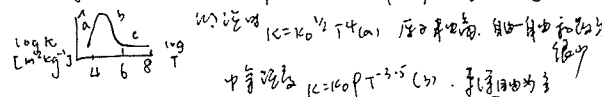
$$k = k_{bb} + k_{bf} + k_{ff} + k_{es} + k_H$$

$$\text{净辐射流} + k_{ff} = k_{es} \frac{\rho}{\rho_0} \quad [\text{Kramers law 1923}]$$

净辐射流 $\sim 3.5 \times 10^8 \text{ erg/cm}^2/\text{s}$

Rosseland 平均不透明度 κ_r , P.T. 吸收下计算

恒星 $\rho = 10^{-10} \text{ g/cm}^3$ 时, 恒星的不透明度 (因为原子吸收, 电子吸收是已知)



2. 辐射场

为了解辐射场, 先考虑一些辐射量 (宏观物理量)

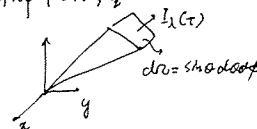
(1) 辐射场强度

单位时间通过单位面积, 沿某一方向传播的辐射能量

$$\delta E_{\nu} = \int_{\Omega} I_{\nu}(\mathbf{r}, t) d\Omega \cos \theta d\nu d\mathbf{r} dt$$

对应的: 沿 (Ω) 方向传播的辐射, I_{ν} 与 \mathbf{r}, t 无关.

$$I_{\lambda} = \frac{c}{\lambda^2} I_{\nu}$$



(2) 辐射场的能量

$$J_{\nu} = \langle I_{\nu} \rangle = \frac{1}{4\pi} \int I_{\nu} d\Omega = \frac{1}{4\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} I_{\nu} \sin \theta d\theta d\phi$$

对 (Ω) 方向传播的辐射 $J_{\nu} = I_{\nu}$. 对 (Ω) 方向传播的辐射 $J_{\nu} = I_{\nu} = B_{\nu}$

Planck 函数

(3) 辐射流密度

单位时间, 单位面积, 沿某一方向传播的净辐射能量

$$F_{\nu} = \int I_{\nu} \cos \theta d\Omega = 2\pi I_{\nu} \int_0^{\pi} \sin \theta \cos \theta d\theta = 0$$

$H_{\nu} = \frac{F_{\nu}}{4\pi}$ 为辐射流密度

方向性辐射 $\rightarrow \frac{1}{2} \times 2\pi I_{\nu} = \pi I_{\nu}$

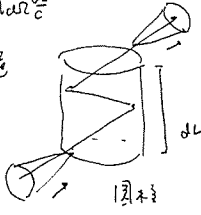
$\frac{F_{\nu}}{4\pi}$ 往往是无序的, 上流密度 \times

辐射流密度与距离平方成反比。这不同为前章之后。流量是所观测流量。
 F_{λ} 可分解为源。代表所观测流量 I_{λ}
 (源) 与距离无关
 可分解为源才观测流量 I_{λ}

(4) 观测辐射的功率密度

$$E_{\nu} d\nu = I_{\nu} d\nu dt dA \cos\theta d\Omega = I_{\nu} d\nu dA d\Omega \frac{dt}{c}$$

总冲量 $dE = \frac{dE}{c \cos\theta}$ 是光通
 这同柱的体积
 $dA dL$ 是圆柱体积
 $u_{\nu} d\nu = \frac{1}{c} \int I_{\nu} d\nu d\Omega = \frac{4\pi}{c} \langle I_{\nu} \rangle d\nu$
 其中 u_{ν} 是辐射能量密度
 是亮度



对应到 λ 区 $u_{\lambda} d\lambda = \frac{4\pi}{c} I_{\lambda} d\lambda = \frac{8\pi h\nu^3}{15 c^3} \frac{1}{e^{h\nu/kT} - 1} d\lambda$
 $u_{\lambda} d\lambda = \frac{4\pi}{c} I_{\lambda} d\lambda$
 这 λ 区辐射 $u = \int u_{\lambda} d\lambda$ 总 $\frac{4\sigma T^4}{c} = a T^4$
 $7.56 \times 10^{-15} \text{ erg cm}^{-3} \text{ K}^{-4}$

e.g. 辐射密度 $n \approx 100 \text{ cm}^{-3}$. $T \approx 10^4 \text{ K}$ 中光子与电子碰撞和与质子碰撞? $\tau \approx 10^8 \text{ yr}$

$$\sigma = \pi (2a_0)^2 = \pi \times 10^{-16} \text{ cm}^2$$

$$l = \frac{1}{n\sigma} \approx 2A.u.$$

(不是碰撞)

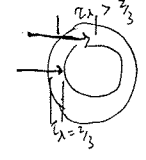
速度均方根 $v_{rms} = (3kT/m)^{1/2} \approx 1.6 \times 10^6 \text{ cm/s}$
 $\tau \approx \frac{l}{v} \approx 8 \text{ months}$
 这 λ 区辐射平均行程 τ

这 λ 区辐射在吸收前光子平均行程 $\tau_c = \tau$. 所以 τ 是辐射行程 τ
 $\tau_c(\lambda) = - \int_{R_{in}}^2 k_{\nu} \rho ds$

若对于某种 λ . τ 增加. λ 区辐射更亮. 同向辐射 τ 或 τ_c

e.g. 对太阳 $\tau = 1$. 对 $\lambda = 0.0022 \text{ R}_{sun}$ 厚度 (10^6 km)

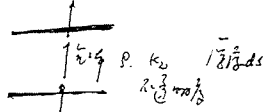
这区辐射更亮: 太阳盘中 τ 更亮 (更亮区或 τ 辐射) (limb darkening)



其他 λ 区. e.g. Betelgeuse 也有 τ 区辐射更亮 τ_c 但只有 τ 辐射

辐射传输方程

没有散射时
 $\mu I_{\nu} = -k_{\nu} \rho I_{\nu}$
 $\Rightarrow I_{\nu}(z) = I_{\nu,0} e^{-k_{\nu} \rho z}$
 $= I_{\nu,0} e^{-\tau_{\nu}} - \text{光深}$



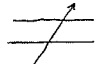
存在散射时. 光子在吸收前光子与散射子 J_{ν} 与 ρds . 所以
 $\mu I_{\nu} = -k_{\nu} \rho I_{\nu} + J_{\nu}$

这 λ 区辐射传输方程
 $\mu I_{\nu} = -k_{\nu} \rho I_{\nu} + J_{\nu}$
 $\Rightarrow \frac{dI_{\nu}}{ds} = -\tau_{\nu} I_{\nu} + J_{\nu}$. $J_{\nu} = k_{\nu} I_{\nu} + \sigma_{\nu} J_{\nu}$ 是平均辐射

3. 辐射传输方程

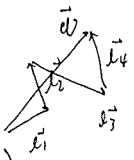
辐射传输方程. 这 λ 区辐射传输方程

对采用到 λ 区. 认为 λ 区是平行平面层



- 处于平衡态 λ 区. 内部辐射传输方程是 $\mu \frac{dI_{\nu}}{ds} = -k_{\nu} I_{\nu} + J_{\nu}$ (散射与吸收平衡并抵消)
- 将光子流 λ 区. 以 λ 区辐射传输方程

多次散射路径
 $\vec{r} = \vec{r}_1 + \vec{r}_2 + \dots + \vec{r}_N$
 净位移
 $\vec{r} \cdot \vec{d} = N d^2 + \dots$
 $\approx N d^2$
 $d = l \sqrt{N}$



另外. d 也与光深有关. 光子自由程 $l = \frac{1}{\rho k_{\nu}} = \frac{1}{n\sigma_{\nu}}$

$\frac{1}{\rho k_{\nu}} = \frac{d\sigma_{\nu}}{\rho \sigma_{\nu}} = \frac{d}{\sigma_{\nu}} \Rightarrow \tau_{\nu} = \rho k_{\nu} d = \sqrt{N}$
 光深 = 1 表明光子高 λ 区辐射传输方程

定义 $S_0 = \frac{j_0}{k_0}$ source function. 为吸收系数之比. 与 $I_0 [e^{-\tau_0} \text{hardian}]$ 有相同单位

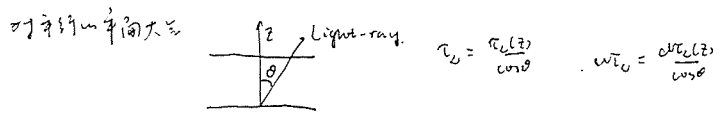
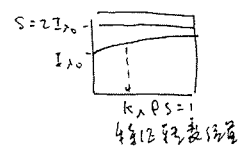
又 $\frac{1}{k_0} \frac{dI_0}{ds} = I_0 - S_0$
 辐射层的吸收系数之比与 I_0 成正比

$S_0 \approx \frac{k_2 I_0}{k_2 + k_0} + \frac{\sigma_2 I_0}{k_2 + k_0}$ 相同单位
 对 k_2 层内 $S_0 \approx B_0$ (σ_2 比 k_2 小, 所以 k_2 层小, 所以 J_0 层小)

如果 $I_0 = S_0$. 则 I_0 与 S_0 成正比
 $I_0 > S_0$. 则 $I_0 \rightarrow S_0$ (吸收)
 $I_0 < S_0$. 则 $I_0 \rightarrow S_0$ (发射)

对局部热平衡 $\frac{dI_0}{ds} = 0$. 则 $I_0 = S_0$. 是吸收和发射平衡 (平衡)

例: $k_2 \tau_0 \gg 1$. S_0 与 I_0 成正比. $I_\lambda(s) = I_{\lambda 0} e^{-k_\lambda \rho s} + S_\lambda (1 - e^{-k_\lambda \rho s})$



选择 $\cos \theta \frac{dI_0}{ds} = I_0 - S_0$

若 $k_0 \tau_0 \gg 1$ 则 S_0 与 I_0 成正比 (吸收), 则 I_0 与 S_0 成正比

又 $I = \int_0^\infty I_0 ds$ and $S = \int_0^\infty S_0 ds$
 $\cos \theta \frac{dI}{ds} = I - S$

选择 $\frac{dI_{rad}}{ds} = 4\pi(I - S)$

$\int I \cos \theta d\Omega = F_{rad}$

选择 $\frac{dP_{rad}}{dt} = \frac{F_{rad}}{c}$

在平衡态 $\frac{dP_{rad}}{dt} = -\frac{1}{c} F_{rad}$ 所以辐射层是吸收和发射平衡
 所以辐射力 (即光子流) 与高度成正比

对于吸收层: 辐射层内每一层流层为内层和外层流层 (光子)

$\langle I \rangle = \int \frac{I \cos \theta d\Omega}{4\pi} = \frac{1}{2} \int_0^{\pi/2} I_{out} \sin \theta d\theta + \frac{1}{2} \int_{\pi/2}^\pi I_{in} \sin \theta d\theta$
 $= \frac{1}{2} (I_{out} + I_{in})$

$F_{rad} = \int I \cos \theta d\Omega = \pi (I_{out} - I_{in})$

$P_{rad} = \frac{1}{c} \int I \cos \theta d\Omega = \frac{4\pi}{3c} \langle I \rangle = \frac{2\pi}{3c} (I_{out} + I_{in})$

在大气层内 $I_{in} = 0$

大气层中, 由流层平衡, 必有 $I_{out} > I_{in}$

所以 $P_{rad} = \frac{1}{c} F_{rad} I_0 + const$ 且 $I_0 = 0$

$\frac{4\pi}{3c} \langle I \rangle = \frac{F_{rad} I_0}{c} + const$. 由大气层平衡, 必有 $I_{in} = 0$. 所以 $\langle I \rangle = \frac{F_{rad}}{4\pi}$

$\frac{4\pi}{3c} \langle I \rangle = \frac{F_{rad}}{c} (I_0 + \frac{2}{3})$

在大气层 $F_{rad} = \sigma T_{eff}^4$, 所以 $\langle I \rangle = \frac{3\sigma T_{eff}^4}{4\pi} (I_0 + \frac{2}{3})$. 对局部热平衡 $S = B = \frac{\sigma T^4}{\pi}$. $\langle I \rangle = \frac{\sigma T^4}{\pi}$

选择就有

$T^4 = \frac{3}{4} T_{eff}^4 (I_0 + \frac{2}{3})$

所以 $I_0 = \frac{2}{3}$ 时, 有 $T = T_{eff}$. 所以 $T_0 = \frac{2}{3}$ 时, 大气层内温度与大气层温度 $T = T_{eff}$ 相同. 大气层内温度与大气层温度 $T_0 = \frac{2}{3}$ 处. 所以为大气层内温度与大气层温度相等. 所以 $T_0 = \frac{2}{3}$ 时, 大气层内温度与大气层温度相等.

4. 局部热平衡

(LTE) (平衡态)

有多种含义: 平衡态中, 辐射场和物质场 (光子) 由碰撞决定

若可忽略碰撞 (碰撞频率低), 则局部热平衡决定局部热平衡 (Balmer, Maxwell, Saha eq.)

非热平衡: 由光子吸收和发射决定. 在平衡态, 局部热平衡 (LTE)

更严格的定义: 碰撞频率 $S_0 = B_0$

更严格的定义: 光子流 $I_0 = B_0$

4. 大气内部不同层有不同定义
 T_{eff}, T_{ex}, T_{ion}, T_{kin}, T_{col} — 大气层各层, 用 Planck function 描述
 对流层, 平流层, 中间层, 热层
 Stefan-Boltzmann eq. 描述, Maxwell 分布律, 辐射平衡

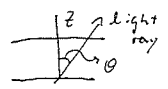
热力学平衡: 体系内各层之间的光子辐射, 吸收过程, 与发射平衡
 $S_0 = B_0$

在大气内部, 热力学平衡, 各层温度都相同
 行星大气要向外辐射, 有厚度, 不是完美一热力学平衡, 但 $L_{AT} \gg L_{radiation}$
 可以近似热力学平衡

(太阳辐射可以近似地认为是热力学平衡)
 和热力学平衡大气
 (光) 可以近似地认为是热力学平衡, 用 Planck function 描述

5. 太阳辐射传输方程求解

用并行的平面辐射近似
 $\frac{dI_{\nu}}{dz} = -\kappa_{\nu} I_{\nu} + \epsilon_{\nu}$, 两通量 $e^{-\tau_{\nu}}$, 积分 (从 $\tau_{\nu 0}$ 到表面 $\tau_{\nu 0} = 0$)
 $I_{\nu}(0) = I_{\nu 0} e^{-\tau_{\nu 0}} - \int_{\tau_{\nu 0}}^0 \epsilon_{\nu} e^{-\tau_{\nu}} d\tau_{\nu}$
 辐射源项 ϵ_{ν} 产生于辐射场中所有源 (光子: 角光) 到达表面后, 辐射场



在任意高度, $\tau_{\nu} = \tau_{\nu 0} \sec \theta$, λ_{11}

$$I_{\nu}(0) = I_{\nu 0} e^{-\tau_{\nu 0} \sec \theta} - \int_{\tau_{\nu 0} \sec \theta}^0 \epsilon_{\nu} \sec \theta e^{-\tau_{\nu} \sec \theta} d\tau_{\nu}$$

在任意高度中心, 所以 $\tau_{\nu 0} = 0$, 所以 $I_{\nu}(0) = \int_0^{\infty} \epsilon_{\nu} \sec \theta e^{-\tau_{\nu} \sec \theta} d\tau_{\nu}$
 ϵ_{ν} 对 (τ_{ν}) 的积分是 ϵ_{ν}
 辐射源项 $\epsilon_{\nu} = a_{\nu} + b_{\nu} \tau_{\nu}$

积分结果是 $I_{\nu}(0) = a_{\nu} + b_{\nu} \cos \theta$

对于太阳, 海因兹 (Hönl & Vitense 1989), $\tau_{\nu 0} = 501 \text{ nm}$
 $a = 1.0 \times 10^{13} \text{ W m}^{-2} \text{ sr}^{-1}$
 $b = 3 \times 10^{13} \text{ W m}^{-2} \text{ sr}^{-1}$

对于太阳, 太阳常数 $I_0 = S_0 = a_{\nu} + b_{\nu} \tau_{\nu 0} = \frac{S_0}{\cos \theta} = \frac{30 \text{ W m}^{-2}}{\cos \theta} (\tau_{\nu 0} + \frac{1}{3})$

在太阳上 $a_{\nu} = \frac{\sigma T_{\text{eff}}^4}{4\pi}$, $b_{\nu} = \frac{3\sigma T_{\text{eff}}^4}{4\pi}$

所以 $I(0) = \frac{a_{\nu} + b_{\nu} \tau_{\nu 0}}{\cos \theta} \approx 0.4 + 0.6 \cos \theta$, 与观测符合得很好
 中心亮

6. 辐射平衡

辐射平衡的辐射场: 辐射源项 ϵ_{ν} 和吸收项 κ_{ν} 平衡

所谓辐射平衡是指: 所有辐射的辐射通量, 但事实是对流层是平衡

对于任意高度在辐射平衡时:

$$\cos \theta \frac{dI_0}{d\tau} = I_0 - S_0$$

对所有方向积分, 通量 $F = \int_0^{\infty} \int_{-1}^1 \mu I_{\nu} d\mu d\nu$, 在大气层中
 在任意高度, 辐射平衡 $S_0 = \int_0^{\infty} \int_{-1}^1 \mu I_{\nu} d\mu d\nu$

$$\int_0^{\infty} \int_{-1}^1 \mu I_{\nu} d\mu d\nu = \int_0^{\infty} \int_{-1}^1 \mu \epsilon_{\nu} d\mu d\nu$$

若 $S_0 \approx \frac{\kappa_{\nu} B_{\nu}}{\kappa_{\nu} + \sigma_{\nu}} + \frac{\sigma_{\nu} I_{\nu}}{\kappa_{\nu} + \sigma_{\nu}}$, 积分后为 $\int_0^{\infty} \kappa_{\nu} (I_{\nu} - B_{\nu}) d\nu = 0$

$$S_0 \approx B_0 \text{ (总辐射平衡)}$$

所以, 在大气中 (没有辐射) 时, 吸收项与发射项平衡
 描述了行星大气中辐射平衡, 由辐射平衡决定 B_{ν}

7. 大光深下的辐射平衡

对于任意高度, 辐射平衡, 辐射平衡

对于大光深处或行星内部 ($\tau_{\nu} \gg 1$) 的辐射平衡, 首先:

τ_{ν} 很大时, 无源项的辐射平衡, 辐射平衡的辐射场 I_{ν} 即乘 τ_{ν}
 所以 I_{ν} 的辐射平衡 Planck 函数 $S(\tau_{\nu}) = B_{\nu}(\tau_{\nu})$

辐射平衡, 在任意高度处

$$S(\tau_{\nu}) = B_{\nu}(\tau_{\nu}) + (b_{\nu} - \tau_{\nu}) \frac{dB_{\nu}}{d\tau_{\nu}} + \frac{1}{2} (\tau_{\nu} - \tau_{\nu}^2) \frac{d^2 B_{\nu}}{d\tau_{\nu}^2} + \dots$$

这对于大光深处 τ_{ν} , I_{ν} 平衡和行星, 辐射平衡的辐射场 (辐射平衡)

对于 $\cos \theta > 0$, 光深 τ_{ν} 的辐射

$$I_{\nu}(0) = \int_0^{\infty} S_{\nu} \sec \theta d\tau_{\nu} e^{-\tau_{\nu} \sec \theta}$$

在 S_{ν} 平衡, 所以 $I_{\nu} = \int_0^{\infty} (a_{\nu} + b_{\nu} \tau_{\nu}) \frac{dB_{\nu}}{d\tau_{\nu}} d\tau_{\nu}$
 积分的结果 $I_{\nu}(\tau_{\nu}) = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} S_{\nu} \sec \theta d\tau_{\nu} = B_{\nu} + \frac{1}{3} \frac{dB_{\nu}}{d\tau_{\nu}} + \dots$

所以大光深, $I_{\nu} \approx B_{\nu} + \tau_{\nu} \frac{dB_{\nu}}{d\tau_{\nu}}$, $J_{\nu} = B_{\nu}$

$$H_{\nu} \approx \frac{F_{\nu}}{4\pi} = \frac{1}{3} \frac{dB_{\nu}}{d\tau_{\nu}}$$

Rosland 的 τ_{ν}^2 的辐射
 $\frac{1}{K_R} = \frac{\pi}{4\sigma T^3} \int_0^{\infty} \frac{dB_{\nu}}{d\tau_{\nu}} d\tau_{\nu}$

4.1 用 $dL = -k_p dL$. (Sinking on water) 沉没的力

$$H_0 = \frac{1}{3} \frac{dL}{\rho L} = -\frac{1}{3k_p} \frac{dL}{L} = -\frac{1}{3k_p} \frac{dL}{L} \quad [\text{扩散方程}]$$

可以算到水柱时, 单位流量小 (从流速为零处开始不流的地方) 是-4号层的[注]的层数:
 dL 越大 层数越多
 小流速处层数越多

Schwarzschild (1873-1916)

8. 史瓦西-爱因斯坦方程
 Milne (1896-1950)

首先得 Z_{in} 及 Z_{out} 及 $J_0(Z_0)$ 的表达式

$$J_0(Z_0) = \frac{1}{2} \int_{-Z_0}^{Z_0} Z_0 \sin \omega d\omega = \left[\int_{-Z_0}^0 + \int_0^{Z_0} \right] \frac{1}{2} Z_0 e^{(Z_0-\omega) \cos \omega} \sin \omega d\omega$$

$$Z_0 \text{ 的表达式}$$

$$Z_0(t) = \int_0^t e^{-x} \frac{dx}{\gamma} \quad \text{又} \quad J_0(Z_0) = \frac{1}{2} \int_0^{Z_0} S_c(t) Z_1(Z_0-t) dt + \frac{1}{2} \int_{Z_0}^{\infty} S_c(t) Z_1(t-Z_0) dt = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} S_c(t) Z_1(|t-Z_0|) dt$$

代入算符 $\Lambda_0(f(t)) = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} f(t+Z_1(|t-Z_0|)) dt$ 的表达式

对 Lindstrom 流量, 可进一步表示为 Milne 方程

$$H_0(Z_0) = \frac{1}{2} \int_0^{Z_0} S_c(t) Z_1(Z_0-t) dt - \frac{1}{2} \int_{Z_0}^{\infty} S_c(t) Z_1(t-Z_0) dt = \Phi_0(S_c(t))$$

[Milne 方程]

9. 物体运动的加速度与力的射流

先考虑物体, 它通过物体下部的层流到物体 (从物体底部) 表示向物体运动的射流, 4号层流
 内部物体运动的层流

速度方程

$$dL = k_p L \quad dL = k_p L \quad dL = k_p L \quad dL = k_p L$$

而 $k_p = \frac{1}{c}$, 所以 $dL = \frac{1}{c} L$ (注: 扩散系数 D 与 k_p 的关系)

$$dP_0 = \frac{1}{c} \frac{dL}{L}$$

对物体射流, 用 continuity 方程

$$dP_0 = \frac{4\pi}{3} \rho H_0 dL dt \quad dP_0 ds$$

对物体射流 $dP = \frac{4\pi}{3} \rho dL dt ds \int_0^{\infty} k_p H_0 dL$

所以 $F_{rad} = \frac{dP}{dt} = \rho dA ds \int_0^{\infty} k_p H_0 dL$
 辐射力 $\int_0^{\infty} k_p H_0 dL$ 物体受到的

事实上, 不同 \rightarrow 光流射不同 \rightarrow 不同 k_p 不同
 所以不同 \rightarrow 不同 \rightarrow 不同
 行星层流中, 不同 \rightarrow 不同 \rightarrow 不同, 行星射流中, 不同 \rightarrow 不同

在流场中, 物体受到的力与力的射流

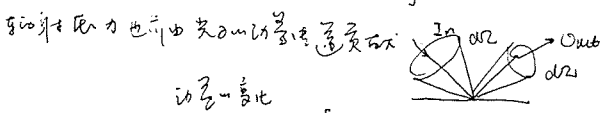
$$\frac{dP(r)}{dr} = -P(r) [g(r) - f_{rad}(r)]$$

若物体运动 $f_{rad} > g$, 则物体被向外推出; 这是恒星物质层流运动的原因

这也决定了恒星物质层流运动

eg. 用 f_{rad} 和 g 的估计4号层的层流, 可知 $f_{rad} \approx 1.04 \text{ cm/s}^2$, $f_{eff} \approx 6 \times 10^4 \text{ K}$
 (注: 不同 \rightarrow 不同 \rightarrow 不同, 不同 \rightarrow 不同 \rightarrow 不同)

$$k_p = \frac{n_e \sigma_T}{\rho}$$



的 $\frac{1}{2} \rightarrow$ 之比

$$dP_0 dL = [P_c(i) - P_c(f)] dL = 2 \frac{L_0}{c} \omega \sin \theta d\theta = 2 \frac{L_0 \omega^2}{c} dL dt d\theta dL$$

辐射力 $P_{rad} dL = \int \frac{dP_0 dL}{dt dL}$

对物体射流 $P_{rad} dL = \frac{1}{2} \int L_0 dL \omega^2 d\theta$

$$P_{rad} = \int_0^{\infty} P_{rad} dL dL = \frac{4\pi}{3} L_0 dL$$

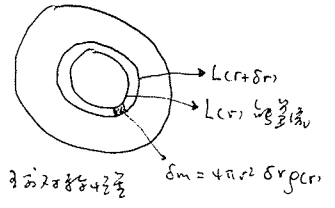
对物体射流 $P_{rad} = \frac{4\pi}{3} \int_0^{\infty} L_0 dL \approx \frac{4\pi}{3} \frac{1}{3} AT^4$ [非常有用]

引力常数 $t_{ch} \sim \frac{GM^2}{L_0 R_2} \approx 3 \times 10^7 \text{ yrs}$. 与太阳寿命不相符合
 $3.8 \times 10^{27} \text{ erg/s}$

(5) 能量守恒方程

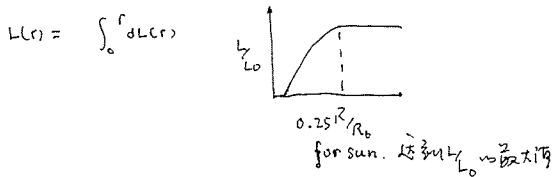
一根柱状恒星提供能量功率源
 前面, 单位面积以核反应用 $Q(r)$ 表示, 单位 $\text{W} \cdot \text{kg}^{-1}$
 (单位时间内产生能量)

壳层厚度为 $4\pi r^2 \delta r \rho$
 由壳层厚度 $L(r+\delta r) = L(r) + 4\pi r^2 \rho \delta r Q(r)$
 由壳层厚度 $\frac{dL(r)}{dr} = 4\pi r^2 \rho(r) Q(r)$



(能量产生方程, 壳层方程)
 L 随 r 变化

现在我们就有了四个方程, 但有 $\rho, \mu, L, P, \epsilon$ 五个未知数. 尚需添加能量守恒方程和
 流体静力学平衡方程 $L(r)$ 只有



(6) 恒星中心地核

恒星中心核 $P(r, x_i)$
 恒星中心核 $\mu(r, x_i)$
 恒星中心核 $\epsilon(r, x_i)$
 恒星中心核 $\rho(r, x_i)$

恒星中心核, 如核反应, 物质吸收等也是以 x_i 为坐标
 恒星中心核 $\mu(r, x_i)$ 与 x_i 有关, 导致 μ 随 x_i 变化, 也是壳层.

边界条件 $L(r=0) = 0, \mu(r=0) = 0$
 $P(r=R_s) = 0, \rho(r=R_s) = 0, T(r=R_s) = 0$

(7) 恒星内部 μ 为 $M(r)$ 函数 μ 为 r 的函数. 常把 $r, \rho, L, T, P, \epsilon$ 作为 M 的函数

$\frac{dM}{dr} = 4\pi r^2 \rho(r)$ 可以用来说话

3 恒星内部方程

对流 convection \sim 元原子核碰撞传递能量
 传导 conduction \sim 光子核子碰撞传递能量
 辐射 radiation \sim 光子辐射与吸收 (后面已讨论)

辐射能量大, μ 以 10^{-10} m 为特征长度
 光子平均自由程 10^{-10} m \sim 辐射能量传递长度
 (恒星能量 eq. 的传递, 光子平均自由程, 光子与电子碰撞)

(1) 恒星内部 μ 为 $M(r)$ 函数

对恒星内部 μ 为 $M(r)$ 函数
 恒星内部 μ 为 $M(r)$ 函数

$\frac{dT}{dr} = -\frac{3\rho k_B R^2 T^4}{16r^2 T^3}$
 大壳层外 μ 为 $M(r)$ 函数
 $\mu = \frac{1}{16} \frac{k_B}{k_B} \frac{T_{eff}^4}{T^3} (R/r)^2 \frac{dR}{dr}$
 总之 $\mu = \frac{h\nu}{k_B T}$
 $= \frac{k_B^3}{8\pi^2 c^2} \frac{k_B}{k_B} \frac{T_{eff}^4}{T} (R/r)^2 \rho(r)$
 其中 $\rho(r) = \frac{24e^4}{(e^4-1)^2} \rho(r)$
 $\rho(r)$ 与 μ 有关.

(2) 恒星

$H_{cond} = -\frac{4\sigma T^3}{3\pi k_{cond} \rho} \frac{dT}{dr}$
 也是 $\frac{dT}{dr}$ 之比
 恒星内部的 μ 为 $M(r)$ 函数
 恒星内部 μ 为 $M(r)$ 函数

恒星 $H_{tot} = H_{rad} + H_{cond} = -\frac{4\sigma T^3}{3\pi k_{tot} \rho} \frac{dT}{dr}$
 $\frac{1}{k_{tot}} = \frac{1}{k_{rad}} + \frac{1}{k_{cond}}$

恒星内部的 μ 为 $M(r)$ 函数 (与开尔文函数相似)
 恒星内部的 μ 为 $M(r)$ 函数, 因此恒星没有明显的能量传递 (恒星内部能量)

星云模型的应用: 恒星星.

恒星相对论效应 $P = K\rho^{3/2}$, $n = 3/2$
电子
相对论效应 $P = K\rho^{4/3}$, $n = 3$
光子

} 研究恒星内部结构

恒星内部结构: 辐射区, 对流区, 核心区.

辐射区: $\nabla = \left(\frac{d \ln T}{d \ln \rho}\right)_S = \nabla_{\text{rad}} = 0.4$. $P \propto T \sim \rho^{3/2}$.

若恒星内部为理想气体, $P = \rho k T$, $n = 3/2$. 所以 $P \sim \rho^{5/2}$.
所以可以由此关系研究恒星内部 (大气不行)

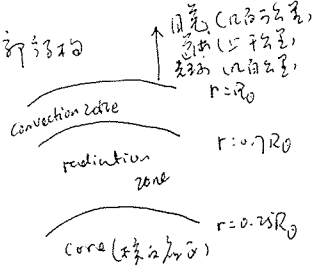
对恒星中心区域: $P = R \rho T$, $n = \infty$. 也可用多方关系研究 (最核, 透本, 出地)

恒星内部多方指数 (有辐射时), $\beta = \frac{P_{\text{gas}}}{P_{\text{total}}} \approx \text{const}$. 所以 $P = P_{\text{gas}} \frac{R}{\beta} T + \frac{1}{3} T^4 = \frac{R}{\beta} P T$

所以 $T^4 \sim P$, $P = (K) \rho^{4/3}$. $n = 3$. 也是多方关系

不同的恒星内部结构不同

5. 恒星内部结构

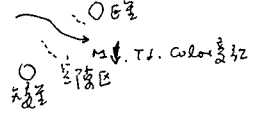


2018年10月30日 北京邮电大学
恒星物理学: 恒星内部结构, 恒星演化
4. 恒星内部结构, 恒星演化

知识楼 302 变量与星震
Test: ex. 9. (1), 9. 2, 9. 3, 9. 4, 9. 5, 9. 6, 9. 7, 9. 8, 9. 9, 9. 10, 9. 11, 9. 12, 9. 13, 9. 14, 9. 15, 9. 16, 9. 17, 9. 18, 9. 19, 9. 20, 9. 21, 9. 22, 9. 23, 9. 24, 9. 25, 9. 26, 9. 27, 9. 28, 9. 29, 9. 30, 9. 31, 9. 32, 9. 33, 9. 34, 9. 35, 9. 36, 9. 37, 9. 38, 9. 39, 9. 40, 9. 41, 9. 42, 9. 43, 9. 44, 9. 45, 9. 46, 9. 47, 9. 48, 9. 49, 9. 50, 9. 51, 9. 52, 9. 53, 9. 54, 9. 55, 9. 56, 9. 57, 9. 58, 9. 59, 9. 60, 9. 61, 9. 62, 9. 63, 9. 64, 9. 65, 9. 66, 9. 67, 9. 68, 9. 69, 9. 70, 9. 71, 9. 72, 9. 73, 9. 74, 9. 75, 9. 76, 9. 77, 9. 78, 9. 79, 9. 80, 9. 81, 9. 82, 9. 83, 9. 84, 9. 85, 9. 86, 9. 87, 9. 88, 9. 89, 9. 90, 9. 91, 9. 92, 9. 93, 9. 94, 9. 95, 9. 96, 9. 97, 9. 98, 9. 99, 9. 100

H-R图: 恒星演化图

恒星内部结构: 辐射区, 对流区, 核心区



1. 恒星内部

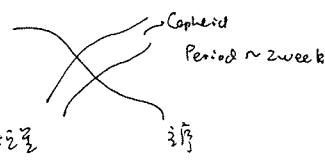
(恒星内部)

恒星内部: 恒星, 对流区, 辐射区, 核心区
对流区: $L, \text{color}, \nu_{\text{los}}$, 恒星内部对流区
辐射区: $\text{Sun}, 5 \text{ min}$; 可长达百年
核心区: Eddington 1926

H-R图: 恒星演化图
恒星
恒星内部结构: 辐射区, 对流区, 核心区
"恒星内部结构: 辐射区, 对流区, 核心区"

造父变星 (Cepheid variables)

1. 天文学家
质量: $3-10 M_{\odot}$ (中等) 恒星 $\sim F-K$ 型恒星 (赫罗图)
位于H-R图上主序上方: 造父变星



类似: 恒星内部

Aurora FG-K
0.6-1.8 M_{\odot}
 $Z_{\text{eff}} < 7000 K$
恒星内部
恒星内部

Giants GK (Sub星)
 $M < 2.5 M_{\odot}$
 $Z_{\text{eff}} = 4000 \sim 5800 K$

星震: 目的: 研究恒星内部结构

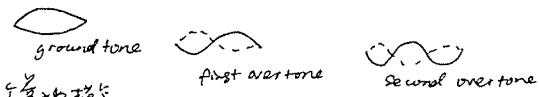
星震: $(g \text{ mode}, p \text{ mode})$

恒星内部原因: Opacity / kappa - mechanism
对流区内部原因 (如层) 对流区内部原因 (如层) \sim 恒星内部对流
dynamic tides (close binaries) 恒星内部

He 区: $R \rightarrow R_0 \rightarrow R_1 \rightarrow R_2$
恒星内部对流
恒星内部对流

恒星内部结构

恒星内部结构



恒星内部: 三个量描述

η, l, m
径向波数, 南向波数
 $\eta_{n,l} = (-1)^n C_{n,l} P_l^m(\cos \theta) \exp(i m \phi)$
径向波数, 南向波数
(n 与 l 与 m 是解方程的)
(m 与 l 与 n 是解方程的)
(l, m 是 n 的函数)

恒星内部: 恒星内部结构

恒星内部: 恒星内部结构
恒星内部: 恒星内部结构
恒星内部: 恒星内部结构